

RACIOCÍNIO LÓGICO



**ESTUDE COM NOSSO MATERIAL
E GANHE O CARIMBO PARA UM
MELHOR FUTURO PROFISSIONAL.**



ÍNDICE

1 - NOÇÕES DE LÓGICA	2
1.1 - DEFINIÇÕES INICIAIS.....	2
1.2 - CONECTIVOS LÓGICOS	2
1.3 - PRINCIPAIS ESTRUTURAS LÓGICAS E SUAS DENOMINAÇÕES.....	3
1.4 - TABELAS-VERDADE DAS ESTRUTURAS FUNDAMENTAIS	4
1.5 - OUTRAS DEFINIÇÕES.....	11
1.6 - LEIS FUNDAMENTAIS DO PENSAMENTO LÓGICO	13
1.7 - REGRAS DE EQUIVALÊNCIAS	13
1.8 - TABELA DAS NEGAÇÕES DE PROPOSIÇÕES COMPOSTAS	14
1.9 - PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS.....	15
1.10 - DIAGRAMAS LÓGICOS	15
1.11 - EXERCÍCIOS PROPOSTOS I	18
1.12 - GABARITO I.....	29
2 – ANÁLISE COMBINATÓRIA.....	30
2.1 - PRINCÍPIO ADITIVO E MULTIPLICATIVO.....	30
2.2 - PERMUTAÇÃO SIMPLES.....	32
2.3 - ARRANJOS SIMPLES.....	33
2.4 - COMBINAÇÃO SIMPLES.....	34
2.5 - PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO	36
2.6 - ARRANJOS COM REPETIÇÃO	36
2.7 - COMBINAÇÃO COM REPETIÇÃO	37
2.8 – EXERCÍCIOS RESOLVIDOS II.....	38
2.9 - EXERCÍCIOS PROPOSTOS II	42
BIBLIOGRAFIA.....	52

1 - NOÇÕES DE LÓGICA

1.1 - DEFINIÇÕES INICIAIS

PROPOSIÇÃO é toda sentença, expressa em palavras ou símbolos, que pode ser valorada como VERDADEIRA (V) ou FALSA (F).

Estas sentenças devem ser declarativas, pois as interrogativas, as exclamativas ou outras não podem ser classificadas em verdadeiras ou falsas.

Exemplos:

- *O Brasil é um país da América do Sul.*

- *2 é um número par.*

PROPOSIÇÃO SIMPLES ou ATÔMICA é quando a proposição não contém qualquer outra proposição.

PROPOSIÇÃO COMPOSTA ou MOLECULAR é quando se pode extrair dela uma outra proposição.

Exemplos:

- Proposição simples: *A terra é redonda.*

- Proposição Composta: *Eduarda é filha de Luís e Cláudia.* Dessa proposição pode se extrair as proposições: *Eduarda é filha de Luís* e *Eduarda é filha de Cláudia.*

1.2 - CONECTIVOS LÓGICOS

Conectivos lógicos são palavras ou expressões que frequentemente estão presentes nas proposições. São eles: “não”, “e”, “ou”, “se ...então”, “se e somente se”.

Exemplo: Se Luís Felipe não é adulto então ele é criança ou adolescente.

Essa é uma proposição composta com os conectivos lógicos “não”, “se ... então”, e “ou”.

Os conectivos agem sobre as proposições compostas a que estão ligados de modo que seu valor lógico (verdadeiro ou falso) depende somente

- a) do valor lógico de cada uma das proposições componentes;
- b) e da forma como essas proposições estão ligadas pelos conectivos lógicos utilizados.

Exemplo

Proposições	Valor Lógico
3 é um número primo	V
3 é um número fracionário	F
3 é um número primo e fracionário	F
3 é um número primo ou fracionário	V

1.3 - PRINCIPAIS ESTRUTURAS LÓGICAS E SUAS DENOMINAÇÕES

Estruturas Fundamentais	Denominações	Representações	Exemplos
Não A	Negação	$\sim A$	10 não é um número par
A ou B	Disjunção	$A \vee B$	10 é um número par ou é um número primo
Ou A ou B	Disjunção Exclusiva	$A \underline{\vee} B$	Ou 10 é um número par ou 10 é um número primo
A e B	Conjunção	$A \wedge B$	10 é um número par e 10 é um não primo
Se A, então B	Condicional	$A \rightarrow B$	Se 10 é um número par então 10 é um número primo
A se e somente se B	Bicondicional	$A \leftrightarrow B$	10 é um número par se e somente se 10 é um número primo.

1.4 - TABELAS-VERDADE DAS ESTRUTURAS FUNDAMENTAIS

Negação ($\sim A$, \overline{A} , $\neg A$)

Dada uma proposição A chama-se negação de A à proposição A acrescida do conectivo “não” ou de outro equivalente.

Exemplo: A: 10 é um número par

$\sim A$: 10 não é um número par.

Outras formas de se expressar a negação:

Não é verdade que A

É falso que A

Tabela-verdade da negação

A	$\sim A$
V	F
F	V

Disjunção ($A \vee B$)

Disjunção é a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estão ligadas pelo conectivo “ou”

Exemplo:

A: 5 é um número primo

B: 10 é um número ímpar

$A \vee B$ 5 é um número primo ou 10 é um número ímpar.

Tabela-verdade da disjunção ($A \vee B$)

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exemplos

A	B	$A \vee B$
5 é um número primo (V)	10 é um número par (V)	5 é um número primo ou 10 é um número par (V)
5 é um número primo (V)	10 é um número ímpar (F)	5 é um número primo ou 10 é um número ímpar (V)
5 é um número par (F)	10 é um número par (V)	5 é um número par ou 10 é um número par (V)
5 é um número par (F)	10 é um número ímpar (F)	5 é número par ou 10 é um número ímpar (F)

CONCLUSÃO: Para uma disjunção ser verdadeira basta uma das proposições ser verdadeira.

Disjunção Exclusiva ($A \underline{\vee} B$)

Disjunção exclusiva é uma preposição composta formadas por duas preposições quaisquer em cada uma delas tem está precedida pelo conectivo “ou”

Exemplo

A: 5 é um número primo

B: 10 é um número par

$A \vee B$: Ou 5 é um número primo ou 10 é um número par.

Tabela-verdade da disjunção ($A \vee B$)

A	B	$A \vee B$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exemplo:

A	B	$A \vee B$
5 é um número ímpar (V)	10 é um número par (V)	Ou 5 é um número ímpar ou 10 é um número par (F)
5 é um número ímpar (V)	10 é um número ímpar (F)	Ou 5 é um número ímpar ou 10 é um número é ímpar (V)
5 é um número par (F)	10 é um número par (V)	Ou 5 é um número par ou 10 é um número par (V)
5 é um número par (F)	10 é um numero ímpar (F)	Ou 5 é um número par ou 10 é um número ímpar (F)

CONCLUSÃO: Uma disjunção exclusiva é verdadeira somente quando as preposições têm valores lógicos contrários

Conjunção ($A \wedge B$)

Conjunção é a preposição composta por duas preposições quaisquer ligadas pelo conectivo “e”

Exemplo:

A: 5 é um número primo

B: 10 é um número par

$A \wedge B$: 5 é um número primo e 10 é um número par.

Tabela-verdade da conjunção ($A \wedge B$)

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exemplo

A	B	$A \wedge B$
5 é um número ímpar (V)	10 é um número par (V)	5 é um número ímpar e 10 é um número par (V)
5 é um número ímpar (V)	10 é um número ímpar (F)	5 é um número ímpar e 10 é um número ímpar (F)
5 é um número par (F)	10 é um número par (V)	5 é um número par e 10 é um número par (F)
5 é um número par (F)	10 é um número ímpar (F)	5 é um número par e 10 é um número ímpar (F)

CONCLUSÃO: Uma conjunção só é verdadeira se as duas proposições são verdadeiras.

Condicional ($A \rightarrow B$)

Em uma proposição condicional “Se A, então B” a proposição precedida da conjunção “se” é chamada “condição” ou “antecedente”, enquanto a proposição B, precedida da proposição “então” é denominada de “conclusão” ou “conseqüente”

Exemplo

A: 5 é um número ímpar

B: O dobro de 5 é um número par

$A \rightarrow B$: Se 5 é um número ímpar, então o dobro de 5 é um número par.

Outras formas de expressar a condicional

Se A, B

B, se A

A implica B

A somente se B

A é suficiente para B

B é necessário para A

Tabela-verdade da condicional ($A \rightarrow B$)

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Exemplo

Considere a afirmativa: “Se um número é ímpar seu dobro é par” e as seguintes possibilidades:

A	B	$A \rightarrow B$
---	---	-------------------

Um número é ímpar (V)	O dobro do número é par (V)	Se um número é ímpar, então seu dobro é par(V)
Um número é ímpar (V)	O dobro do número é ímpar (F)	Se um número é ímpar seu dobro é par (F)
Um número é par (F)	O dobro do número é par (V)	Se um número é ímpar, então seu dobro é par (V) <i>(porque nada se disse sobre o dobro de um número par. Como uma preposição deve ser verdadeira ou falsa e essa não é falsa, então ela é verdadeira)</i>
Um número é par (F)	O dobro do número é ímpar	Se um número é par, então seu dobro é ímpar (V) <i>(como o dobro do número ser par estava condicionado ao fato do número ser ímpar e sendo o número par não necessariamente ele deveria ser par, logo a preposição não é falsa. Portanto ela é verdadeira)</i>

IMPORTANTE: Usualmente quando se tem uma condicional é necessário que as preposições A e B se relacionem de alguma forma ou guardem uma relação de causa ou efeito. **Mas, segundo as regras da Lógica, mesmo quando não existem essas relações entre A e B, a proposição $A \rightarrow B$ só é falsa se A é verdadeira e B é falsa.**

Bicondicional ($A \leftrightarrow B$)

Bicondicional é uma preposição composta de duas preposições quaisquer ligadas pelo conectivo “se e somente se”.

Exemplo:

A: 14 é múltiplo de 7

B: 14 é divisível por 7

$A \leftrightarrow B$: 14 é múltiplo de 7 se e somente se 14 é divisível por 7

Outras formas de se expressar a bicondicional

A se e só se B

Todo A é B e todo B é A.

Todo A é B e reciprocamente.

Se A então B e reciprocamente.

A é necessário e suficiente para B.

A é suficiente para B e B é suficiente para A.

A é necessário para B e B é necessário para A.

Tabela-verdade da condicional ($A \leftrightarrow B$)

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exemplo

A	B	$A \leftrightarrow B$
14 é múltiplo de 7 (V)	14 é divisível por 7 (V)	14 é múltiplo de 7 se e somente se 14 é divisível por 7 (V)
14 é múltiplo de 7 (V)	14 não é divisível por 7 (F)	14 é múltiplo de 7 se e somente se 14 não é divisível por 7 (F)
14 não é múltiplo de 7 (F)	14 é divisível por 7 (V)	14 não é múltiplo de 7 se e somente se 14 é múltiplo de 7 (F)
14 não é múltiplo de 7 (F)	14 não é divisível por 7 (F)	14 não é múltiplo de 7 se e somente se 14 não é divisível por 7 (V)

CONCLUSÃO: Uma preposição bicondicional só é verdadeira se as preposições que a compõem têm o mesmo valor lógico.

1.5 - OUTRAS DEFINIÇÕES

Sentenças abertas: A expressão $P(x)$ é uma sentença aberta na variável x se, e somente se, $P(x)$ se tornar uma preposição sempre que substituirmos a variável x por qualquer elemento de um certo conjunto denominado universo do discurso.

Universo do discurso: conjunto de todos os valores que a variável x pode assumir.

Exemplo:

Universo do discurso: Conjunto de todos os números inteiros

Sentença aberta: O dobro de um número inteiro é igual a 6.

Sentença matemática aberta: $2x = 6$

Observe que a sentença aberta é uma preposição verdadeira para $x = 3$ e falsa para todos os demais números inteiros. Entretanto, a preposição conseguida quando se substitui x por todos os valores do universo ela não tem necessariamente verdadeira.

Tautologia Uma preposição composta é uma tautologia se ela for **sempre verdadeira**, independente dos valores lógicos das preposições que a compõem.

Exemplo: Se 2 é um número par e primo, então 2 é um número par ou 2 é um número primo.

Tabela-verdade da tautologia

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \wedge B \rightarrow A \vee B$
2 é número par	2 é número	2 é um número	2 é um número par ou um	Se 2 é um número par e

(V)	primo (V)	par e primo (V)	número primo (V)	primo, então 2 é um número par ou um número primo (V)
2 é um número par (V)	2 não é um número primo (F)	2 é um número par e não é primo (F)	2 é um número par ou não é um número primo (V)	Se 2 é um número par e primo então 2 é um número par ou é um número primo (V)
2 não é um número par (F)	2 é um número primo (V)	2 não é um número par e é um número primo (F)	2 não é um número par ou 2 é um número primo (V)	Se 2 é um número par e primo, então 2 é um número par ou um número primo (V)
2 não é um número par (F)	2 não é um número primo (F)	2 não é um número par e um número primo (F)	2 não é um número par ou 2 não é um número primo (F)	Se 2 é um número par e primo então 2 é um número par ou um número primo (V)

Contradição

Uma proposição composta formada por uma ou mais proposições é uma contradição se, e somente se, independente dos valores lógicos de suas preposições componentes, ela é **sempre falsa**.

Exemplo

Um número é par se e somente se ele não é par.

Tabela-verdade da Contradição

A	~A	A ↔ B
----------	-----------	--------------

V	F	F
F	V	F

OBSERVAÇÃO: A negação de uma tautologia é sempre uma contradição e a negação de uma contradição é sempre uma tautologia.

Contingência

Uma proposição composta é uma contingência se seu valor lógico depende dos valores lógicos das proposições que a compõem.

Proposições equivalentes: Duas proposições são equivalentes se são compostas pelas mesmas proposições simples e têm tabelas-verdade idênticas. ($A \Leftrightarrow B$)

1.6 - LEIS FUNDAMENTAIS DO PENSAMENTO LÓGICO

1ª Lei: **Princípio da Identidade:** Se uma proposição qualquer é verdadeira então ela é verdadeira. ($P \rightarrow P$)

2ª Lei: **Princípio da não contradição:** Nenhuma proposição pode ser verdadeira e também falsa. $\sim(P \wedge \sim P)$

3ª Lei: **Princípio do terceiro excluído:** Uma proposição ou verdadeira ou é falsa. (ou P ou $\sim P$)

1.7 - REGRAS DE EQUIVALÊNCIAS

Leis da Comutatividade

- ❖ $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
- ❖ $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
- ❖ $A \underline{\vee} B \Leftrightarrow B \underline{\vee} A$
- ❖ $A \leftrightarrow B \Leftrightarrow B \leftrightarrow A$

Leis de Associatividade

- ❖ $(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$

$$\diamond (A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$$

Leis da Distributividade

$$\diamond A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$\diamond A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Lei da dupla negação

$$\diamond \sim(\sim A) \Leftrightarrow A$$

Lei das Equivalências da Condicional

$$\diamond A \rightarrow B \Leftrightarrow \sim A \vee B$$

$$\diamond A \rightarrow B \Leftrightarrow \sim B \rightarrow \sim A$$

Leis das Equivalências da Bicondicional

$$\diamond A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

$$\diamond A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (\sim B \wedge \sim A)$$

$$\diamond A \leftrightarrow B \Leftrightarrow \sim(A \underline{\vee} B)$$

1.8 - TABELA DAS NEGAÇÕES DE PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Proposição	Negação direta	Equivalente da negação
A e B	Não (A e B)	Não A e não B
A ou B	Não (A ou B)	Não A ou não B
Se A então B	Não (se A então B)	A e não B
A se e somente se B	Não (A se e somente se B)	Ou A ou B
Todo A é B	Não (todo A é B)	Algum A não é B
Algum A é B	Não (algum A é B)	Nenhum A é B

1.9 - PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

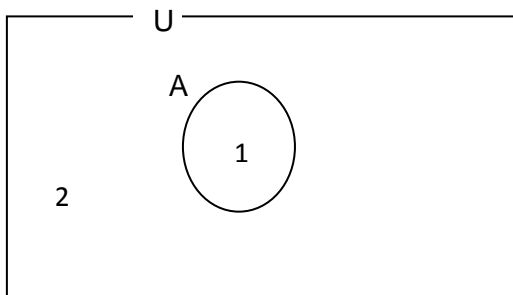
Na Lógica clássica (aristotélica) usa-se apenas quatro tipos de proposições, denominadas proposições categóricas. Elas podem ser **universais** ou **particulares** e são

	Afirmativas	Negativas
Universais	Todo A é B	Nenhum A é B
Particulares	Algum A é B	Algum A não é B

1.10 - DIAGRAMAS LÓGICOS

Diagrama lógico é um esquema de representação das relações entre as diversas partes que compõem uma proposição. O modelo mais usado são os diagramas de Venn-Euler.

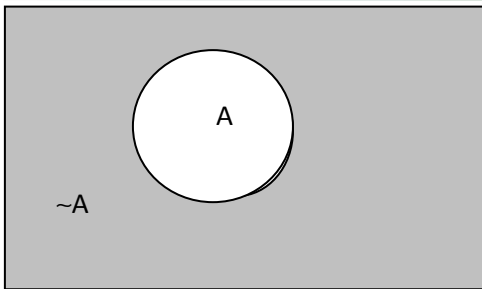
Nesses modelos, o universo do discurso (conjunto de tudo que se admite como possível em um dado contexto) é representado por um retângulo e cada proposição é indicada por uma região delimitada dentro do universo do discurso.



Uma proposição é verdadeira em qualquer ponto dentro de sua região e falsa em todos os demais pontos do universo. Assim, na região 1 do diagrama ao lado A é verdadeira e na região B ela é falsa.

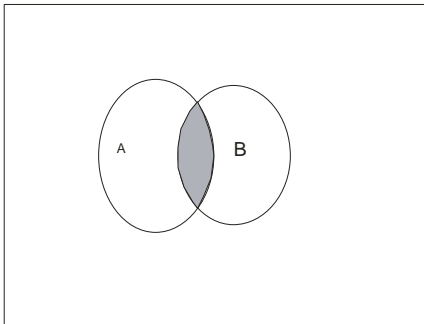
Ao representar uma estrutura lógica por um diagrama, **somente as regiões para as quais o resultado da tabela-verdade da estrutura representada for verdadeiro serão sombreadas.**

Diagrama da Negação



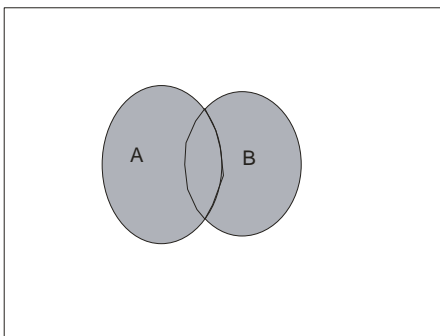
Se a proposição for representada pelo conjunto A, então a negação “não A” corresponderá ao conjunto complementar de A.

Diagrama da Conjunção



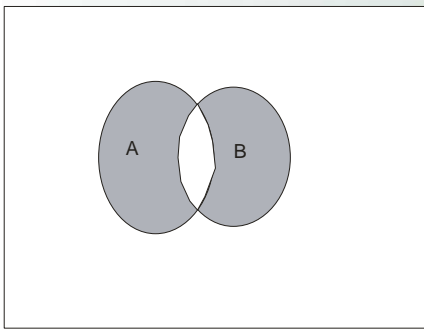
$A \wedge B$ corresponde à interseção $A \cap B$

Diagrama da Disjunção



$A \vee B$ corresponde à união $A \cup B$

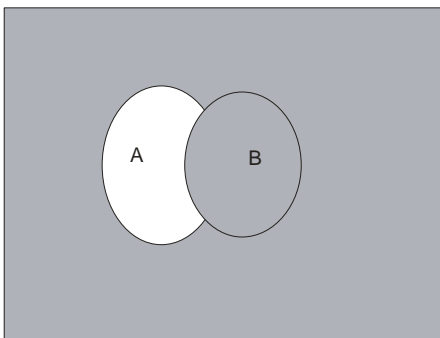
Diagrama da disjunção exclusiva



$A \cup B$ corresponde ao conjunto $(A - B) \cup (B - A)$

Diagrama da Condicional

a) Sombreamento somente as regiões correspondentes aos resultados V da tabela-verdade da proposição condicional.



b) Como a inclusão do conjunto A no conjunto B

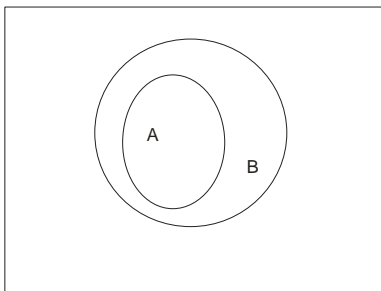
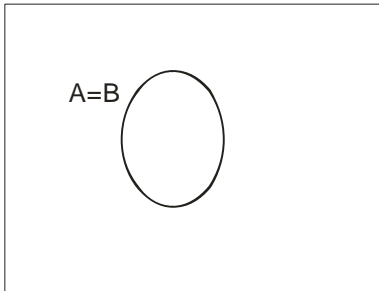
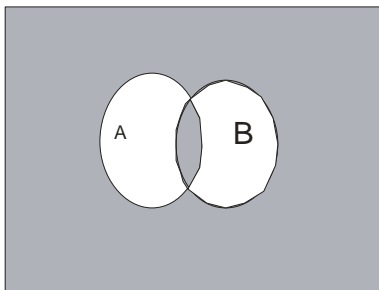


Diagrama da Bicondicional



$A \leftrightarrow B$ corresponde à igualdade dos conjuntos A e B

$$A \wedge B \text{ e } B \wedge A$$



$$\left. \begin{array}{l} A(V) \text{ e } B(V) \\ \sim A(F) \text{ e } \sim B(F) \end{array} \right\} \rightarrow A \leftrightarrow B(V)$$

1.11 - EXERCÍCIOS PROPOSTOS I

1) Considere a seguinte afirmativa : “Todos os bons alunos tiram notas boas” Em relação a essa proposição é correto afirmar que

- (a) Alguns bons estudantes não tiram notas boas.
- (b) O conjunto dos bons estudantes contém o conjunto dos alunos que tiram notas boas.
- (c) Todo bom estudante tira notas boas.
- (d) Nenhum bom estudante tira notas boas.
- (e) O conjunto dos bons estudantes contém o conjunto dos estudantes que tiram notas boas.

2)) Considere a seguinte afirmativa : “Todo brasileiro gosta de samba” Em relação a essa proposição é correto afirmar que

- (a) toda pessoa que gosta de samba é brasileira.

- (b) toda pessoa que não é brasileira não gosta de samba.
- (c) toda pessoa que não gosta de samba não é brasileira.
- (d) algum brasileiro não gosta de samba.
- (e) alguma pessoa que não gosta de samba é brasileira.

3) Se Duda é bonita então Marina é graciosa. Se Marina é graciosa então Cláudia é autoritária. Sabe-se que Cláudia não é autoritária. Nessas condições é correto afirmar que

- (a) Duda não é graciosa.
- (b) Marina não é bonita.
- (c) Duda não é autoritária.
- (d) Cláudia não é bonita.
- (d) Duda não é bonita

4) Todo atleta é musculoso. Nenhum mineiro é musculoso. Nessas condições é correto afirmar que

- (a) algum atleta é mineiro.
- (b) nenhum atleta é mineiro.
- (c) nenhum atleta é musculoso.
- (d) alguém que é musculoso é mineiro.
- (e) nenhum mineiro é atleta.

5) Se tem sol faz calor. Nessas condições é correto afirmar que

- (a) Ter sol é condição necessária para fazer calor.
- (b) Fazer calor é condição suficiente para ter sol.
- (c) Fazer sol é condição necessária e suficiente

- (d) Fazer sol é condição suficiente para fazer calor.
(e) Fazer calor é condição necessária e suficiente para ter sol.

6) Represente por diagrama de Venn-Euler

- a) Algum A é B
b) Algum A não é B
c) todo A é B
d) nenhum A é B

7) Considere as seguintes proposições

I – $4+3 = 7$ e $2 + 6 = 8$

II – $5 > 2$ e $10 < 12$

III – $4 = 7$ e $5 < 1$

Em relação a elas é correto afirmar que

- a) todas são falsas.
b) I e II são falsas
c) somente III é falsa
d) Somente I é verdadeira.
e) somente II é falsa.

8) Considere as proposições

I – $2 + 3 = 5$ ou $4 + 5 = 9$

II – $8 < 3$ e $6 < 5$

III – $3 < 0$ ou $2 = 8$

Em relação a elas é correto afirmar que

- a) todas as proposições são falsas
- b) somente III é falsa
- c) somente II é falsa
- d) I e II são falsas.
- e) I é falsa ou II é falsa.

9) Assinale a afirmativa **falsa**.

- a) Se 2 é ímpar, então 5 é ímpar.
- b) Se 4 ímpar, então 1 é menor que 5.
- c) Se 6 é par, então 5 é menor que 2.
- d) Se 3 é maior que 2, então 8 é menor que 9.
- e) Se 5 é par, então 3 é maior que 7

10) A negação da proposição “Todas as mulheres são vaidosas” é

- a) todos os homens são vaidosos.
- b) algumas mulheres são vaidosas.
- c) nenhuma mulher é vaidosa.
- d) todos os homens não são vaidosos.
- e) nenhum homem é vaidoso

11) Considere as proposições

P1: Todos os bebês são pequenos

P2: Pessoas pequenas têm baixa estatura

P3: Quem sabe jogar vôlei não tem baixa estatura.

Assinale a única alternativa que é uma consequência lógica das três proposições apresentadas.

- a) Bebês não sabem jogar vôlei.
- b) Pessoas de baixa estatura são bebês.
- c) Pessoas de baixa estatura não sabem jogar vôlei.
- d) Pessoas pequenas não sabem jogar vôlei.

As questões 12 e 13, a seguir referem-se ao seguinte texto: “Os sobrenomes de Ana, Beatriz e Carla são Arantes, Braga e Castro, mas não necessariamente nesta ordem. A de sobrenome Braga, que não é Ana, é mais velha que Carla e a de sobrenome Castro é a mais velha das três.”

12) (Apostila MRE/2009 - Vestcon) Os sobrenomes de Ana, Beatriz e Carla são respectivamente

- a) Arantes, Braga e Castro.
- b) Arantes, Castro e Braga
- c) Castro, Arantes e Braga
- d) Castro, Braga e Arantes.
- e) Braga, Arantes e Castro

13) (Apostila MRE/2009 - Vestcon) Nomeando-as em ordem crescente de idade, teremos

- a) Ana, Beatriz e Carla.

- b) Carla, Ana e Beatriz.
- c) Beatriz, Carla e Ana.
- d) Ana, Carla e Beatriz
- e) Carla, Beatriz e Ana

14) (AFC/96) Se Beto briga com Glória, então Glória vai ao cinema. Se Glória vai ao cinema, então Carla fica em casa. Se Carla fica em casa, então Raul briga com Carla. Ora, Raul não briga com Carla, logo

- a) Carla não fica em casa e Beto Não Briga com Glória.
- b) Carla fica em casa e Glória vai ao cinema.
- c) Carla não fica em casa e Glória vai ao cinema.
- d) Glória vai ao cinema e Beto briga com Glória.
- e) Glória não vai ao cinema e Beto briga com Glória.

15) (AFC/96) Três irmãs – Ana, Maria e Cláudia – foram a uma festa com vestidos de cores diferentes. Uma vestiu azul, a outra branco e a terceira preto. Chegando à festa, o anfitrião perguntou qual era uma delas. A de azul respondeu: “Ana é a que está de branco” A de branco falou: “Eu sou Maria” E a de preto disse “Cláudia é quem está de branco” Como o anfitrião sabia que Ana sempre diz a verdade, que Maria às vezes diz a verdade e que Cláudia nunca diz a verdade, ele foi capaz de identificar corretamente quem era cada pessoa. As cores dos vestidos de Ana, Maria e Cláudia eram, respectivamente,

- a) preto, branco, azul.
- b) preto, azul, branco.
- c) azul, preto, branco.
- d) azul, branco, preto.
- e) branco, azul, preto.

16) (Apostila MRE/2009 - Vestcon) Dizer que é verdade que “para todo x , se x é rã e se x é verde, então x está saltando” é logicamente equivalente a dizer que não é verdade que

- a) algumas rãs que não são verdes estão saltando.
- b) algumas rãs verdes estão saltando.
- c) nenhuma rã verde não está saltando.
- d) existe uma rã verde que não está saltando.
- e) algo que não seja uma rã verde está saltando.

17) “Se você não estudar, então será reprovado. Sobre essa proposição é correto afirmar que

- a) não estudar é condição suficiente para ser reprovado.
- b) não estudar é condição necessária para ser reprovado.
- c) se você estudar então será aprovado.
- d) você será reprovado só se não estudar.
- e) mesmo que você não estude você não será reprovado

18) Se os pais de professores são sempre professores, então é correto afirmar que

- a) os filhos de não professores nunca são professores.
- b) os filhos de não professores sempre são professores.
- c) os filhos de professores sempre são professores
- d) os filhos de professores quase sempre são professores.
- e) alguns filhos de professores são professores.

19) Sejam x e y dois números reais quaisquer. Sendo assim, assinale a alternativa correta.

- a) Se é verdade que $x \neq y$ então é falso que $x \geq y$.

- b) Se é verdade que $x > y$ e então é verdade que $x \geq y$.
- c) Se é verdade que $x \neq y$, então é falso que $x \leq y$.
- d) Se é verdade que $x < y$, então é falso que $x \leq y$
- e) Se é verdade que $x \geq y$, então é verdade que $x \neq y$

20) Sejam x e y dois números reais quaisquer e as afirmativas

- I – Se é falso que $x < y$, então é verdadeiro que $x > y$.
- II – Se é falso que $x < y$, então é verdade que $x \geq y$.
- III – Se é falso que $x = y$, então é verdade que ou $x < y$ ou $x > y$

Em relação as essas afirmativas é correto dizer que

- a) Todas as afirmativas são falsas.
- b) As afirmativas I e III são falsas
- c) As afirmativas I e II são verdadeiras.
- d) As afirmativas II e III são verdadeiras.
- e) Todas as afirmativas são verdadeiras

21) (VUNESP) Todos os marinheiros são republicanos. Assim sendo:

- a) o conjunto de marinheiros contém o conjunto dos republicanos.
- b) o conjunto dos republicanos contém o conjunto dos marinheiros.
- c) todos os republicanos são marinheiros.
- d) algum marinheiro não é republicano.
- e) nenhum marinheiro é republicano.

22) (VUNESP) Assinale a afirmativa que apresenta uma contradição.

- a) Todo espião não é vegetariano e algum vegetariano é espião.
- b) Todo espião é vegetariano e algum vegetariano é não é espião.
- c) Nenhum espião é vegetariano e algum espião não é vegetariano
- d) Algum espião é vegetariano e algum espião não é vegetariano.
- e) Todo vegetariano é espião e algum espião não é vegetariano.

23) (VUNESP) Todos os que conhecem João e Maria admiram Maria. Alguns que conhecem Maria não a admiram. Logo:

- a) todos que conhecem Maria a admiram.
- b) ninguém admira Maria.
- c) Alguns que conhecem Maria não conhecem João.
- d) quem conhece João admira Maria.
- e) só quem conhece João e Maria conhece Maria.

24) (VUNESP) Valter tem inveja de quem é mais rico do que ele. Geraldo não é mais rico do que quem o inveja. Logo:

- a) quem não é mais rico do que Valter é mais pobre que Valter.
- b) Geraldo é mais rico do que Valter.
- c) Valter não tem inveja de quem é mais rico do ele.
- d)Valter inveja só quem é mais rico do que ele.
- e) Geraldo não é mais rico que Valter

25) (VUNESP) Em uma avenida reta, a padaria fica entre o posto de gasolina e a banca de jornal, e o posto de gasolina fica entre a banca de jornal e a sapataria. Logo:

- a) a sapataria fica entre a banca de jornal e a padaria.
- b) a banca de jornal fica entre o posto de gasolina e a padaria.
- c) o posto de gasolina fica entre a padaria e a banca de jornal.
- d) a padaria fica entre a sapataria e o posto de gasolina.
- e) o posto de gasolina fica entre a sapataria e a padaria.

26) (VUNESP) Marta corre tanto quanto Rita e menos do que Juliana. Fátima corre tanto quanto Juliana. Logo:

- a) Fátima corre menos do que Rita.
- b) Fátima corre mais que Marta.
- c) Juliana corre menos do que Rita
- d) Marta corre mais do que Juliana.
- e) Juliana corre menos do que Marta.

27) (BACEN – Analista) Aldo, Benê e Caio receberam uma proposta para executar um projeto. A seguir estão registradas as declarações dadas pelos três, após a conclusão do projeto.

- Aldo: Não é verdade que benê e Caio executaram o projeto.
- Benê: Se Aldo não executou o projeto, então Caio o executou.
- Caio: Eu não executei o projeto, mas Aldo e Benê o executaram.

Se somente a afirmação de Benê é falsa, então o projeto foi executado APENAS por

- a) Aldo
- b) Benê
- c) Caio
- d) Aldo e Benê

e) Aldo e Caio

28) (BACEN – Analista) Sejam as proposições:

p: atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.

q: fazer frente ao fluxo positivo.

Se p implica q, então

a) A atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição necessária para fazer frente ao fluxo positivo.

b) Fazer frente ao fluxo positivo é condição suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.

c) A atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição suficiente para fazer frente ao fluxo positivo.

d) Fazer frente ao fluxo positivo é condição necessária e suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.

e) A atuação compradora de dólares por parte do Banco Central não é condição suficiente e nem necessária para fazer frente ao fluxo positivo.

29) (IPER – Técnico) Quando não vejo Lúcia, não passeio e fico deprimido. Quando chove, não passeio e fico deprimido. Quando não faz calor e passeio, não vejo Lúcia. Quando chove e estou deprimido, não passeio.

Hoje passeio. Portanto, hoje

a) vejo Lúcia, e não estou deprimido, e não chove e faz calor.

b) não vejo Lúcia, e estou deprimido, e chove e faz calor.

c) não vejo Lúcia, e estou deprimido, e não chove, e não faz calor.

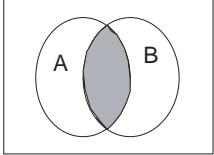
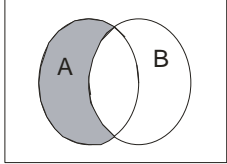
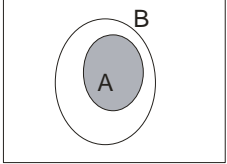
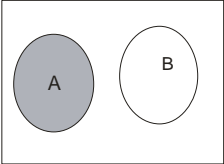
d) vejo Lúcia, e não estou deprimido, e chove, e faz calor.

e) vejo Lúcia, e estou deprimido, e não chove, e faz calor.

30) (IPER – Técnico) Considerando “toda prova de Lógica é difícil” uma proposição verdadeira, é correto inferir que

- a) “nenhuma prova de Lógica é difícil” é uma proposição necessariamente verdadeira.
- b) “alguma prova de Lógica é difícil” é uma proposição necessariamente verdadeira.
- c) “alguma prova de Lógica é difícil” é uma proposição falsa e verdadeira.
- d) “alguma prova de Lógica não é difícil” é uma proposição necessariamente verdadeira.
- e) “alguma prova de Lógica não é difícil” é uma proposição verdadeira e falsa.

1.12 - GABARITO I

Questão	Questão		
1 e	2 c	3 e	4e
5 d	6 a 	6b 	6c 
6d 	7 c	8 e	9 b
10 c	11 a	12 d	13 e
14 a	15 b	16 a	17a
18 a	19b	20 d	21b

22 a	23 c	24 e	25 e
26 b	27 e	28 c	29 d
30 b			

2 – ANÁLISE COMBINATÓRIA

2.1 - PRINCÍPIO ADITIVO E MULTIPLICATIVO

Em análise Combinatória há dois princípios fundamentais – o Princípio Aditivo e o Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem

Vejamos um exemplo de um problema em que se usa o princípio aditivo para resolvê-lo.

Em uma escola foi feita uma enquete para saber quem prefere futebol ou vôlei. O resultado foi o seguinte: 230 alunos gostam de futebol, 150 gostam de vôlei e 80 alunos gostam dos dois esportes. Quantos alunos tem essa escola?

Em princípio parecem ser $230 + 150 + 80 = 460$ alunos. Entretanto, há que se observar que entre os alunos que gostam de futebol podem existir alunos que também gostam de vôlei, portanto, o número de alunos que gostam **somente** de futebol é $230 - 80 = 150$. Da mesma maneira, o número de alunos que gostam **somente** de vôlei é $150 - 80 = 70$. Sendo assim, o número de alunos da escola será:

Número de alunos que gostam só de futebol + número de alunos que gostam só de vôlei + número de alunos que gostam de futebol e vôlei, ou seja, $150 + 70 + 80 = 300$ alunos.

Isto porque, segundo o teorema:

Sendo A e B conjuntos finitos, o número de elementos da união de A e B é dado por:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B);$$

em que $n()$ representa o número de elemento de um conjunto.

Mas, existe outra situação, na qual os conjuntos são disjuntos, isto é, não há elementos que pertencem aos dois conjuntos ao mesmo tempo.

Se A e B são dois conjuntos disjuntos, sendo m o número de elementos de A e n o de elementos de B, então o número de elementos do conjunto $A \cup B$ é $m + n$

Exemplo: Em uma confeitaria existem 5 tipos de salgados - empada, coxinha, pastel, quibe e casulo - e 3 tipos de suco – de uva, de laranja e abacaxi. Se Flávia vai lanchar e só pode comer um salgado e tomar um suco, quantos são os possíveis pedidos que ela pode fazer?

Ora, ela pode escolher um entre os 5 salgados e um entre os 3 sucos, logo, ela poderá fazer 8 tipos de pedidos.

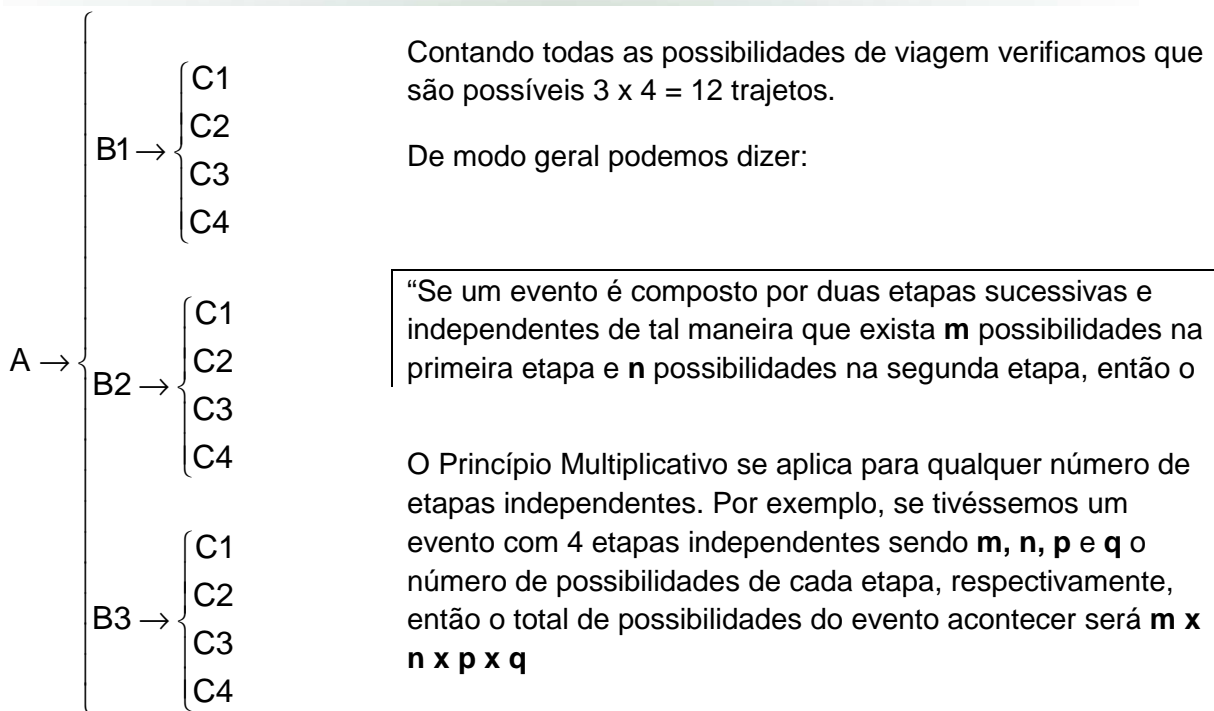
PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO OU PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

Considere o seguinte problema:

“Quero ir da cidade A à cidade C, passando pela cidade B. Sabendo-se que há 3 caminhos para ir de A à B e 4 caminhos para ir de B a C, de quantos maneira possíveis posso fazer essa viagem?”

Uma das maneiras de se resolvê-lo é usando a árvore de possibilidades.

Sejam B1, B2, B3 os três caminhos para ir de A a B e C1, C2, C3 e C4 os caminhos para ir de B a C. Então teremos:



2.2 - PERMUTAÇÃO SIMPLES

Intuitivamente, permutar significa misturar e essa é a idéia que usamos para resolver problemas de permutação simples.

Considere o seguinte problema:

“Com os algarismos 3,5,7,9 e sem repeti-los, quantos números de quatro algarismos podem ser formados.”

Utilizando a árvores de possibilidades, temos

$$\begin{array}{cccc}
 3 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 7 \rightarrow 9 \\ 9 \rightarrow 7 \end{array} \right. \\ 7 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \rightarrow 9 \\ 9 \rightarrow 5 \end{array} \right. \\ 9 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \rightarrow 7 \\ 7 \rightarrow 9 \end{array} \right. \end{array} &
 5 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 7 \rightarrow 9 \\ 9 \rightarrow 7 \end{array} \right. \\ 7 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow 9 \\ 9 \rightarrow 3 \end{array} \right. \\ 9 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow 7 \\ 7 \rightarrow 3 \end{array} \right. \end{array} &
 7 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \rightarrow 9 \\ 9 \rightarrow 5 \end{array} \right. \\ 5 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow 9 \\ 9 \rightarrow 3 \end{array} \right. \\ 9 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow 5 \\ 5 \rightarrow 3 \end{array} \right. \end{array} &
 9 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \rightarrow 7 \\ 7 \rightarrow 5 \end{array} \right. \\ 5 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow 7 \\ 7 \rightarrow 3 \end{array} \right. \\ 7 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \rightarrow 5 \\ 5 \rightarrow 3 \end{array} \right. \end{array}
 \end{array}$$

Pelo princípio multiplicativo, temos que o total de possibilidades é $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Observe que nesse exercício, **a ordem dos algarismos é muito importante**. Todos os números se diferem pela ordem de seus algarismos.

Portanto, se temos **n** elementos distintos, então o número de agrupamentos **ordenados** que podemos obter é dado por **$n(n-1)(n-2)(n-3)\dots 3.2.1$**

Esses agrupamentos ordenados (que diferem pela ordem) são chamados **permutação simples** e representados por

$$P_n = n(n-1)(n-2)(n-3)\dots 3.2.1$$

O número $n(n-1)(n-2)(n-3)\dots 3.2.1$ é chamado **fatorial de n** e representado por **n!**

2.3 - ARRANJOS SIMPLES

Vejam agora a seguinte situação:

“Considere os números 1,2,3,4. Quantos e quais são os números formados por dois algarismos?”

Temos como solução os números 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43, perfazendo um total de 12 números.

O que fizemos foi arranjarmos 4 algarismos agrupados 2 a 2.

Esse tipo de agrupamento é chamado **arranjo simples** e representado por $A_{4,2}$

Nesse problema temos que $A_{4,2} = 4.3$

De modo geral temos

Arranjo simples de n elementos tomados p a p ($n \geq p$) são agrupamentos ordenados diferentes que se podem formar com p dos n elementos dados.

Matematicamente representamos

$$A_{n,p} = n(n-1)(n-2) \dots (n-p+1)$$

ou

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

2.4 - COMBINAÇÃO SIMPLES

Em Análise Combinatória, intuitivamente o conceito de combinação está associado à noção de escolher subconjuntos.

Considere o problema de combinação simples:

“Um time de basquete é formado por Luís Felipe, Flávio, André, Pedro e Diogo. Em uma apresentação, três deles deve representar o time. Quais e quantas são as possibilidades de representar essa equipe?”

As representações possíveis são:

Luís Felipe, Flávio e Pedro

Luís Felipe, Flávio e Diogo

Luís Felipe, Pedro e Diogo

Flávio, André e Pedro

Flávio, André e Diogo

André, Pedro e Diogo

em um total de 6 representações, pois todos os outros subconjuntos são iguais a esses, já que conjuntos com os mesmos elementos são iguais independentemente da ordem.

Escrevemos $C_{5,3} = 6$

De modo geral temos:

Combinação simples de n elementos tomados p a p ($p \leq n$) são os subconjuntos de exatamente p elementos que se podem formar com os n elementos dados.

Indicamos a combinação simples de n elementos tomados p a p por $C_{n,p}$ ou C_p^n , ou $\binom{n}{p}$.

O número total de combinações simples que se pode formar com n elementos tomados p a p é dado por

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!p!}$$

ou

2.5 - PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

Seja o problema

“Quantos são os anagramas da palavra SAPATO?”

Anagrama é uma palavra obtida a partir de outra pela mudança de posição de suas letras.

Se as letras A fossem diferentes, teríamos: S, A₁, P, A₂, T, O e o número de anagramas possíveis seria P₆. Como a mudança de localização dos As não produzirá um novo anagrama, é necessário que se divida P₆ por P₂.

Assim, a solução correta do problema é

$$\frac{P_6}{P_2} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 360$$

De maneira geral, temos

A permutação de **n** elementos dos quais **a** são de um tipo, **b** de outro e **c** de outro tipo, com $a+b+c=n$ é dada por

$$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a! b! c!}$$

2.6 - ARRANJOS COM REPETIÇÃO

Definição:

Seja A um conjunto com **n** elementos distintos. Chama-se arranjo com repetição dos **n** elementos tomados **p a p**, aos grupamentos contendo **n** elementos distintos ou não, de modo que dois agrupamentos sejam diferentes pela ordem ou pela natureza de seus elementos.

Representamos o arranjo com repetição de n elementos tomados p a p por $(AR)_n^p$

O número de agrupamentos possíveis é dado por

$$(AR)_n^p = n^p$$

Exemplo: *Seja $A = \{2,5\}$ Quantos agrupamentos de 3 elementos podemos obter com esses números?*

Os agrupamentos possíveis são: 222, 225, 252, 255, 522, 525, 552, 555, em um total de 8.

Aplicando-se a fórmula temos $(AR)_2^3 = 2^3 = 8$

2.7 - COMBINAÇÃO COM REPETIÇÃO

Definição

Seja A um conjunto de n elementos distintos. Combinação com repetição desses n elementos, tomados p a p (ou de ordem p) é todo agrupamento contendo p elementos (distintos ou não) de A .

Representamos a combinação com repetição de n elementos tomados p a p por $(CR)_n^p$

O número total de combinações com repetição de n elementos tomados p a p é dado por

$$(CR)_n^p = \frac{n(n+1)(n+2)\dots(n+p-1)}{p!}$$

Exemplo:

Seja o conjunto $A = \{1,2,3,4\}$. Qual o número total de combinações com repetição dos elementos de A , tomados 2 a 2?

Solução:

Os agrupamentos possíveis são: 11, 12, 13, 14, 22, 23, 24, 33, 34, 44 totalizando 10 agrupamentos.

Usando a fórmula temos

$$(CR)_4^2 = \frac{4 \times 5}{2!} = \frac{20}{2} = 10$$

2.8 – EXERCÍCIOS RESOLVIDOS II

1) Quantos anagramas tem a palavra FATO

Solução: Como a palavra não possui letras repetidas, para resolver o problema basta calcular P_4 .

$$P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24.$$

2) De quantas maneiras possíveis se pode arrumar 3 bolas, uma azul, uma vermelha e uma branca.

Solução: Chamando de A a bola azul, de V a vermelha e de B a branca teremos

$$A \rightarrow \begin{cases} V \rightarrow B \\ B \rightarrow V \end{cases} \quad V \rightarrow \begin{cases} A \rightarrow B \\ B \rightarrow A \end{cases} \quad B \rightarrow \begin{cases} A \rightarrow V \\ V \rightarrow A \end{cases}$$

Contando as possibilidades teremos 6 formas possíveis.

O problema também pode ser resolvido calculando-se P_3

$$P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

3) De quantas maneiras podem ser arrumadas as letras da palavra MARCANTE, de modo que as letras M, A, R se mantenham juntas, em qualquer ordem.

Solução: Consideremos as letras M, A, R juntas como se fossem uma letra só. Então teremos P_6 .

Entretanto, como as letras podem aparecer em qualquer ordem, temos P_3 .

Assim, o número total de modos possíveis é $P_6 \times P_3 = 6! \times 3! = (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)$
 $= 720 \times 6 = 4320$

4) Simplifique a expressão $\frac{30! + 28!}{27!}$

Solução:

$$\frac{30 \times 29 \times 28 \times 27! + 28 \times 27!}{27!} = \frac{27! (30 \times 29 \times 28 + 28)}{27!} = \frac{27! (24360 + 28)}{27!} = 24388$$

4) Considere a palavra MALUCO.

- a) Quantos anagramas possui essa palavra?
- b) Quantas "palavras" de 4 letras distintas podemos formar?
- c) Quantas dessas palavras começam com a letra L?
- d) Quantas contém a letra M?
- e) Quantas não contém a letra M?

Solução

a) $P_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

Sem usar a fórmula podemos raciocinar

Para a primeira letra temos 6 possibilidades, para a segunda 5, para a terceira letra 4, para a quarta 3, para a quinta letra temos 2 possibilidades e para a sexta 1 possibilidade.

Daí temos: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$.

$$b) A_{6,4} = \frac{6!}{4!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3} \times 2!}{/2!} = 360$$

Com raciocínio análogo ao da letra a) podemos resolver esse item sem usar fórmula.

c) Fixando a letra M, temos 5 possibilidades para a segunda letra, 4 possibilidades para a terceira e três para a quarta, duas possibilidades para a quinta e uma possibilidade para a sexta letra, ou seja,

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$\text{Ou ainda } A_{6,3} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! / 1} = 120$$

d) Colocando o M temos $A_{5,3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60$. Como o M pode ocupar a primeira, segunda, terceira ou quarta posição devemos multiplicar 20 por 4. Portanto, temos

$$60 \times 4 = 2400.$$

e) Retirando-se o M temos 5 letras. Como as “palavras” devem ter 4 letras, então temos

$$A_{5,4} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 120$$

5) Sabendo-se que um time de vôlei tem 6 jogadores e que o técnico tem 10 atletas à sua disposição, de quantas maneiras diferentes ele pode escalar seu time?

Solução: Estamos procurando todos os subconjuntos de um conjunto de 10 jogadores. Como a ordem não importa e os subconjuntos devem ter 6 elementos, trata-se de C_6^{10} .

$$C_6^{10} = \frac{10!}{6! 4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! (4 \times 3 \times 2 \times 1)} = \frac{5040}{24} = 210$$

6) Em um jogo de são distribuídas 5 cartas para cada jogador de um total de 18 cartas. De quantas maneiras diferentes um jogador pode receber suas cartas?

$$\text{Solução: } C_5^{18} = \frac{18!}{5!13!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13!}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) 13!} = \frac{1028160}{120} = 8568$$

7) Uma comissão de alunos é formada por duas meninas e três meninos. Para formá-la candidataram-se 5 meninas e 9 meninos. De quantas maneira diferentes essa comissão poderá ser formada?

$$\text{Solução: Para a escolha das alunas temos } C_2^5 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{(2 \times 1) 3!} = 10$$

$$\text{Para a escolha dos meninos temos } C_3^9 = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{(3 \times 2 \times 1) 6!} = 84$$

O número total de maneiras de se formar a comissão mista é dado por

$$C_2^5 \cdot C_3^9 = 10 \cdot 84 = 840$$

8) Quantos anagramas tem a palavra ARARAQUARA?

$$\text{Solução: } P_{10}^{5,3} = \frac{10!}{5!3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! (3 \times 2 \times 1)} = \frac{40320}{6} = 6720$$

9) Dos anagramas possíveis da palavra ARARAQUARA, quantos começam com a letra U?

$$\text{Solução: } P_9^{5,3,1} = \frac{9!}{5!3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! (3 \times 2 \times 1)} = \frac{3024}{6} = 504$$

10) Quantos números de 2 algarismos, distintos ou não, pode-se obter com os algarismos 3, 4 e 5?

Solução: $P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$

2.9 - EXERCÍCIOS PROPOSTOS II

1) (UFMG) Numa competição esportiva, dez atletas disputam os três primeiros lugares. Admitindo-se que não haja empate, quantos resultados são possíveis para as três primeiras colocações?

- a) 30
- b) 120
- c) 240
- d) 580
- e) 720

2) Os números ímpares (sem algarismos repetidos) entre 100 e 200 formados pelos algarismos 2,3,4, 8 e 9 são em número de

- a) 12
- b) 24
- c) 56
- d) 72
- e) 84

3) (UC) Com os algarismos 1, 2, 4, 6, 8, sem repetição, a quantidade de números inteiros entre 1000 e 2000 que se pode formar é

- a) $5 \cdot A_4^3$

b) P_4

c) $C_{4,3}$

d) $A_{4,3}$

e) $5 \cdot P_4$

4) Com 8 jogadores o número de equipes de basquete (5 jogadores) que podemos formar é

a) 15

b) 35

c) 56

d) 75

e) 125

5) (UFPA) Quantos são os anagramas da palavra BRASIL começados por B e terminados por L?

a) 24

b) 120

c) 240

d) 720

e) 1440

6) (FUVEST) O número de anagramas da palavra FUNVEST que começam e terminam por vogal é

a) 24

b) 48

c) 96

d) 120

e) 144

7) Um certo número de garrafas distinguíveis foi arranjado de 2 em 2, de todas as maneiras possíveis. O número desses arranjos foi 20. Então o número de garrafas era:

a) 4

b) 5

c) 6

d) 10

e) 12

8) (ICES-FAC) Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 são formados números de quatro dígitos distintos. Dentre eles, a quantidade dos que são divisíveis por 5 é:

a) 20

b) 30

c) 60

d) 120

e) 180

9) (UFMG) Numa cidade A, os números de telefones têm sete algarismos, sendo que os três primeiros constituem o prefixo da cidade. Os telefones que terminam em 10 são reservados para as farmácias e os que têm os dois últimos algarismos iguais, para os médicos e hospitais. A quantidade dos demais números de telefones disponíveis na cidade A é:

- a) 1650
- b) 2100
- c) 4800
- d) 8900
- e) 9000

10) (PUC-MG) Deseja-se guardar 10 bolas em quatro caixas, cada uma delas podendo conter de 0 a 10 bolas. De quantas maneiras é possível distribuir essas bolas?

- a) 336
- b) 286
- c) 226
- d) 216
- e) 126

11) (PUC-MG) Um técnico de futebol de salão tem à disposição 8 jogadores e 2 goleiros. Um time deve ter 4 jogadores de linha e um goleiro. O número de times distintos que o técnico pode escalar é:

- a) 60
- b) 70
- c) 80
- d) 120
- e) 140

12) (PUC-MG) Em um grupo de 10 professores, 3 são professores de matemática. O número de comissões de 6 professores, dos quais pelo menos um é professor de matemática é:

- a) 120
- b) 175
- c) 192
- d) 203
- e) 210

13) (UNISINOS-RS) Numa prova de 12 questões, um aluno deve escolher 10 para responder. O número de escolhas diferentes que o aluno poderá fazer é:

- a) 66
- b) 120
- c) 132
- d) 260
- e) 264

14) (UNICRUZ) Numa sala há 5 lugares e 7 pessoas. De quantos modos diferentes essas pessoas podem ser colocadas, ficando 5 sentadas e 2 em pé?

- a) 2520
- b) 5040
- c) 21
- d) 120
- e) n.d.r

15) (ULBRA) Usando a primeira letra do nome de cada um dos seguintes países: Brasil, Argentina, Uruguai e Paraguai, todas as possibilidades de criação de siglas são em número de:

- a) 5
- b) 6
- c) 8
- d) 12

16) (PUC – SP) Buscando melhorar o desempenho de seu time, o técnico de uma seleção de futebol decidiu inovar: convocou apenas 15 jogadores, 2 dos quais só jogam no gol e os demais atuam em quaisquer posições, inclusive no gol. De quantas maneiras ele pode selecionar os 11 jogadores que irão compor seu time titular?

- a) 450
- b) 480
- c) 550
- d) 580
- e) 650

17) (UFscar-SP) A câmara municipal de um determinado município tem exatamente 20 vereadores, sendo que 12 deles apóiam o prefeito e os outros são contra. O número de maneiras diferentes de se formar uma comissão contendo exatamente 7 vereadores situacionais e 3 opositores é:

- a) 27720
- b) 13860
- c) 551
- d) 495
- e) 56

18) (FUVEST-SP) Em um programa transmitido diariamente, uma emissora de rádio toca sempre as mesmas 10 músicas, mas nunca na mesma ordem. Para esgotar as possíveis sequências dessas músicas serão necessários aproximadamente:

- a) 100 dias
- b) 10 anos
- c) 1 século
- d) 10 séculos
- e) 100 séculos

19) (UFMS-RS) De quantas maneiras distintas podem-se alinhar cinco estacas azuis idênticas, uma vermelha e uma branca?

- a) 12
- b) 30
- c) 42
- d) 240
- e) 5040

20) (ITA – SP) Quantos números de seis algarismos distintos podemos formar usando os dígitos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, nos quais o 1 e o 2 nunca ocupam posições adjacentes, mas o 3 e o 4 sempre ocupam posições adjacentes?

- a) 144
- b) 180
- c) 240
- d) 288
- e) 360

21) Considerando as permutações possíveis com as letras da palavra MARASMO, incluindo as repetições obtemos um número

- a) menor que 1 000
- b) entre 1 000 e 1 500
- c) entre 2 000 e 2 500
- d) entre 2 500 e 5 000
- e) maior que 5 000.

22) O número de permutações distintas obtidas com as letras da palavra PARALELA é

- a) 3 360
- b) 6 720
- c) 20 160
- d) 40 320
- e) n.d.a

23) Com os dígitos 1, 1, 2, 2 e 3 quantos números pares de cinco algarismos podem ser formados?

- a) 15
- b) 24
- c) 30
- d) 48
- e) 60

24) (UFU – MG) O número de anagramas da palavra ERNESTO que começam e terminam por consoante é:

- a) 480
- b) 720
- c) 1 440
- d) 1 920
- e) 5 040

25) (Mack) Uma equipe brasileira de automobilismo tem 4 pilotos de diferentes nacionalidades, sendo um único brasileiro. Ela dispõe de 4 carros, de cores distintas, dos quais somente um foi fabricado no Brasil. Sabendo-se que obrigatoriamente ela deve inscrever, em cada corrida, pelo menos um piloto ou um carro brasileiro, o número de inscrições diferentes que ela pode fazer para uma corrida onde irá participar com 3 carros é:

- a) 15
- b) 30
- c) 45
- d) 90
- e) Não sei

26) (UF-CE) A quantidade de números pares de 4 algarismos distintos que podemos formar com os algarismos 1, 2, 4, 5, 7, 8 e 9 é:

- a) 20
- b) 60
- c) 240
- d) 360
- e) N.d.a

27) As placas dos automóveis são formadas por três letras seguidas de 4 algarismos. O número de placas que podem ser formadas com as letras A, E, M e os algarismos pares, sem repetir nenhum algarismo, é:

- a) $3 \cdot C_{5,4}$
- b) $3 \cdot A_{5,4}$
- c) $6 \cdot C_{5,4}$
- d) $6 \cdot A_{5,4}$
- e) $6 \cdot P_4$

28) (Cesgranrio) Um mágico se apresenta em público, vestindo calça e paletó de cores diferentes. Para que ele se possa apresentar em 24 sessões com conjuntos diferentes, o número de peças (número de paletós mais o número de calças) de que ele precisa é:

- a) 24
- b) 13
- c) 12
- d) 10
- e) 8

II – I GABARITO II

1) e	2) b	3) d	4) c
5) a	6) b	7) b	8) c
9) d	10) b	11) e	12) d
13) a	14) a	15) a	16) e
17) e	18) e	19) c	20) a

21) b	22) a	23) c	24) b
25) d	26) b	27) d	28) d

BIBLIOGRAFIA

BRUNELLI, Remo Loschi. Matemática Livro 1. Belo Horizonte: Colégio Loyola, 1999 (Apostila)

CABRAL, Luiz Cláudio. NUNES, Mauro César. Raciocínio Lógico e Matemática para Concursos.- 4.ed.Rio de Janeiro: Elsevier, 2008

DANTE, Luiz Roberto. Matemática Contexto & Aplicações. São Paulo. Ática, 2004 – vol 2

GIOVANNI, José Ruy. BONJORNO, José Roberto. Matemática 2º Grau. São Paulo: FTD, 1999 – vol 2

MODELO Pré Vestibular. Superintensivo – Primeira Etapa. Belo Horizonte: Modelo, 1999 (Apostila)

PIMENTEL, Ernani *et all*. Ministério das Relações Exteriores – Oficial de Chancelaria – Nível Superior.Brasília: Vestcon, 2008 (Apostila)

RIBEIRO, Renato Pinto. Matemática Módulo III. Belo Horizonte: Fatorial Pré Vestibular, 2003 (Apostila)